

М. Є. СІНИЦЬКИЙ,

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри економіко-математичних дисциплін
та інформаційних технологій,
Національна академія статистики, обліку та аудиту;
e-mail: paphryl@gmail.com,
ORCID: 0000-0002-2954-615X

Виборчі системи у цифрову епоху: базові проблеми та нові можливості. Частина IV. Результати досліджень на модельних даних

У частині I з теоретичних позицій розглянуто причини необхідності реформування виборчого процесу в Україні. Сформульовано мету та задачі дослідження. Проаналізовано класичні математичні моделі виборчих технологій, обрані для порівняння, із сучасними підходами.

Частина II містить аналіз принципів вибору методик вимірювання результатів схвального голосування. Розглянуто питання визначення вербально-числової шкали, оцінювання узгодженості індивідуальних рішень, що приймаються виборцями, та застосування статистичних критеріїв для отримання консолідованого результату.

У частині III розглянуто моделі, обрані для розрахунків підсумкового виборчого рейтингу. Наведено математичні алгоритми багатокритеріального вибору на основі кваліметричного підходу та парних порівнянь за чотирьома варіантами шкал. Описано протоколи визначення консенсусних альтернатив з використанням методу Topsis, медіани Кемені – Янга, евристичної процедури Шульце та нечітко-множинного підходу.

Остання, IV частина містить результати апробації обраних протоколів системи схвального голосування для моделі виборів з 4 кандидатів за 7 питаннями виборчого бюлетеня. Наведено алгоритм і результати генерації за методом Монте-Карло масивів вихідних даних розміром 10000 записів, які мають рівномірний та нормальний розподіли з трьома варіантами параметру зміщення. Для виявлення чутливості досліджуваних протоколів до порушень транзитивності профілів індивідуальних переваг здійснено трансформацію первинних масивів даних шляхом заміни нетранзитивних профілів на еквівалентну кількість транзитивних без надання переваги будь-якій альтернативі.

На основі оцінки кореляції підсумкових рейтингів, їх чутливості до типу розподілу і до порушень транзитивності індивідуальних суджень зроблено висновок про доцільність використання медіани Кемені для визначення підсумків голосування. Застосування запропонованого методу трансформації первинних даних також уможливило використання протоколів Кондорсе, Доджсона, Саати та Шульце.

Результати дослідження свідчать про існування принципової можливості переходу до нової цифрової парадигми виборчого процесу, основаної на схвальному принципі голосування.

Ключові слова: суспільний вибір, схвальне голосування, класичні виборчі технології, узгодженість думок виборців, нечислова статистика, порядкові шкали, арифметизація шкал, узгодженість профілів, коефіцієнт Кендала, лінійна згортка, ваги критеріїв, нелінійне шкалювання, індекси узгодженості, вербально-кількісні шкали, кваліметрія, парні порівняння, медіана Кемені, евристика Шульце, нечіткі множини, метод Монте-Карло, профілі голосування, транзитивність, p-value.

M. SINYTSKYI,

PhD (Phys.-Math.) Associate Professor,
Associate Professor of Economic
and Mathematical Disciplines and information technology,
National Academy of Statistics, Accounting and Audit

Electoral Systems in the Digital Age: Underlying Challenges and New Opportunities. Part IV. The Results of Research on Model Data

The article is devoted to the problem of democratic development of Ukraine.

The reasons for the need for a radical transformation of the electoral process in Ukraine have been considered from a theoretical standpoint. The main goal and sub-goals of the research have been formulated. The classical mathematical models of electoral technologies, selected for comparison with modern approaches have been described.

The basic principles of selection of methods for measuring the results of approval voting have been analyzed. The issues of constructing a verbal-numerical scale, assessing the consistency of voter decisions and applying statistical criteria to obtain a consolidated result have been considered.

The models selected for calculating the final election rating are analyzed. Mathematical algorithms of multicriteria selection based on the qualimetric approach and pairwise comparison on four variants of scales are given. Protocols for determining consensus alternatives using the Topsis method, the Kemeni – Young median, the Schulze heuristic procedure, and the fuzzy set approach are described.

The results of approbation of the selected protocols of approval of the voting system for the election model of 4 candidates on 7 questions of the ballot paper are given. The algorithm and the results of generating by the Monte Carlo method arrays of initial data with a size of 10,000 records, having a uniform and normal distribution with three variants of the bias parameter, are presented. To identify the sensitivity of the studied protocols to violations of the transitivity of individual preference profiles, the primary data arrays were transformed by replacing the nontransitive profiles with an equivalent number of transitive ones without presenting a preference to any alternative. Based on the assessment of the correlation of the final ratings, their sensitivity to the type of distribution and to violations of the transitivity of individual judgments, it was concluded that it is advisable to use the Kemeny median to determine the voting results. The use of the proposed method for transforming primary data also makes it possible to use the Condorcet, Dodgson, Saati and Schulze protocols. The results of this study indicate that there is a fundamental possibility of transition to a new digital paradigm of the electoral process based on the approving principle of voting.

Keywords: *public choice, positive voting, classical election technologies, coherence of voters' opinions, non-numerical statistics, ordinal scales, scale arithmetic, profile consistency, Kendall coefficient, linear convolution, criterion weights, nonlinear scaling, consistency indices, verbal-quantitative scales, qualimetry, pairwise comparisons, Kemeni median, Schulze heuristics, fuzzy sets, Monte Carlo method, voting profiles, transitivity, data consistency, p-value.*

Отримані результати. Нагадаємо, що в роботі моделювалась ситуація, коли кожному виборцю замість подачі одного голосу “за” пропонується оцінити за п’ятирівневою вербальною шкалою певні якісні риси (ознаки) кожного кандидата, які, на думку суспільства, відповідають образу достойного обранця, наприклад: 1) освіченість, компетентність у галузі державотворення та управління; 2) видатні результати при виконанні службових обов’язків; 3) заслуги перед суспільством, наприклад за суспільно корисну діяльність; 4) моральність дій та вчинків; 5) повага культурних, мовних, історичних цінностей і традицій всіх народів; 6) вік; 7) стать тощо.

На першій стадії у середовищі *MS Excel®* (64-розрядні версії *MS Office 10®* та 365) методом Монте-Карло було згенеровано сім масивів випадкових цілих чисел у діапазоні від 1 до 5 довжиною 10001 запис, які моделювали вибір однієї з п’яти можливих “відповідей” (поділів вербально-числової шкали) на кожне із семи “питань виборчого бюлетеня” щодо чотирьох “кандидатів”.

Було відтворено два типи дискретних статистичних розподілів “відповідей виборців” на кожне “питання”: рівномірний та близький до нормального. Останні – у трьох варіантах: симетричному та зі зміщенням математичного сподівання (МС), що моделювало переваги виборців, віддані певним кандидатам.

Рівномірний розподіл моделювався за формулою

$$x_i = (a - b) \cdot \text{СЛЧИСЛО}() + b, \quad (90)$$

де a і b – верхня і нижня межі закритого інтервалу варіації даних відповідно.

Для генерації нормально розподілених даних застосовувалась формула:

$$x_i = \text{ЦЕЛЮЕ}(\text{БЕТА.ОБР}(\text{СЛЧИС}();2;2;a;b)) + c, \tag{91}$$

де c – зміщення. Параметри формули (91) наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Значення параметрів формули (91), використані для моделювання нормального закону розподілу волевиявлення виборців

№ варіанта	Ознака	Значення параметрів			№ “кандидата”
		a	b	c	
1	Без зміщення	1	5	0	1
2	Із зменшенням МС	2	6	-1	2 і 3
3	Із збільшенням МС	0	5	1	4

Джерело: розробка автора

Загальний обсяг генерації склав $4 \times 7 \times 5 \times 10001 \times 4 = 5600560$ значень для кожного виду розподілу. В результаті було отримано статистики, параметри яких представлено у табл. 2 і на рисунку.

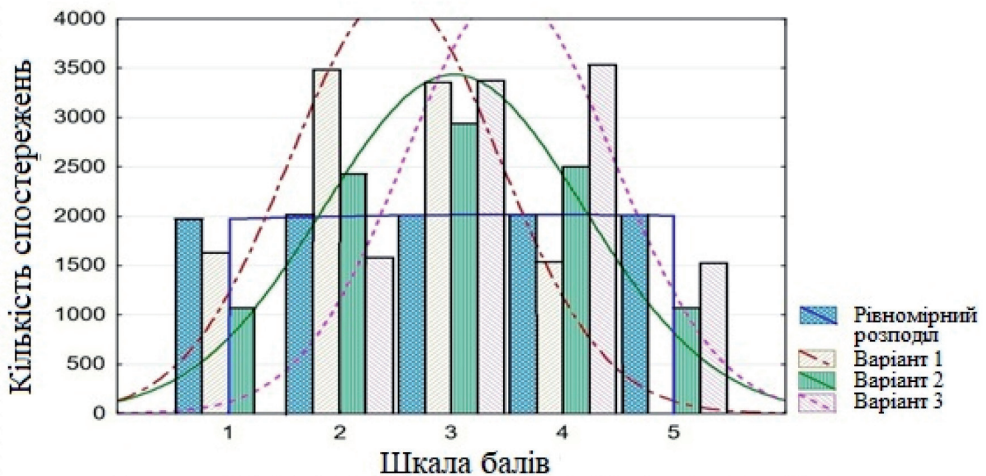
Таблиця 2

Параметри статистик, використаних для моделювання

Варіант	МС	МЕД	МОДА	МИН	МАКС	ДИСП	АСИМ	ЕКСЦ
Рівном.	3,0000	3,000	-	1,000	5,000	1,3333	-	-
№1	2,4800	2,000	2,000	1,000	4,000	0,8832	0,0240	-0,8900
№2	3,0060	3,000	3,000	1,000	5,000	1,3486	-0,0128	-0,8450
№3	3,4990	4,000	4,000	2,000	5,000	0,8720	-0,0191	-0,8726

Джерело: розробка автора

На рисунку наведено результати тестів Колмогорова-Смірнова на нормальність (D), отримані, як і сам рисунок, за допомогою програми *Statistica 12*. Вони підтверджують на p -рівні менше 0,01 (для рівня значущості $\alpha = 0,01$ критичне значення статистики Колмогорова – не менше 1,035) справедливості нульової гіпотези (H_0) щодо підпорядкованості згенерованих даних



Варіант 1: $D = 0,2059$; $p < 0,0100$; Lillitforce- $p < 0,01$.

Варіант 2: $D = 0,1603$; $p < 0,0100$; Lillitforce- $p < 0,01$.

Варіант 3: $D = 0,2092$; $p < 0,0100$; Lillitforce- $p < 0,01$.

Рис. Розподіли вихідних даних (“відповідей виборців” на перше питання “виборчого бюлетеня”), змодельовані за методом Монте-Карло

Джерело: розробка автора

нормальному закону розподілу генеральної сукупності. Таку ж малу вірогідність по-

милкового відхилення гіпотези H_0 підтверджує й тест Ліліфорса.

Що стосується даних, згенерованих за рівномірним законом розподілу, то на користь H_0 свідчить отримана за допомогою тієї ж програми величина критерію Пірсона $\chi^2 = 1159,2$ на рівні значущості $p = 0,000$ для числа ступенів свободи $f = 9999$ ($\chi^2_{кр} = 10533,5$). Підкреслимо, що для цієї роботи дійсний тип розподілу даних має значення лише для оцінки придатності різних моделей для виявлення консенсусу виборців.

На основі бальних оцінок з використанням функції РАНГ було побудовано профілі переваг кожного “виборця” за кожним “питанням” (табл. Д1, додаток).

Виявилось, що за рівномірного розподілу балів у середньому 80%, а за нормального – 93% профілів не є строгими, тобто однозначного ранжирування “кандидатів” на згенерованих методом Монте-Карло даних отримати неможливо. В зв’язку з цим процедуру моделювання було доповнено перетвореннями нестрогих профілів на строгі шляхом заміни перших на рівну кількість строгих профілів, але без забезпечення переваги будь-якому кандидату. Наприклад, два профілі типу AACD замінялися на профілі ABCD і BACD. Згенеровані в такий спосіб масиви розподілу профілів “голосування” представлені у табл. 2Д в додатку. Кількість “нічий” у парних порівняннях у них дорівнює в середньому 20% для рівномірного розподілу й 29% – для нормального, а кількість “перемог” і “поразок” поділяється порівну.

Відмітимо, що за жодним “питанням” не вдалося зберегти первинну кількість профілів, оскільки цілочисельне групування не було можливим. Частка втрат сягає 0,5%, що можна вважати відсотком “зіпсованих бюлетенів”.

Другою особливістю змодельованого масиву результатів голосування було порушення транзитивності бінарних відношень у “судженнях виборців”. Таке явище може мати місце в дійсності, і хоча на думку М. Кендала воно не блокує можливість досягнення повної згоди виборців, при моделюванні має бути контрольованим.

Підрахунок кількості циклічних тріад за формулою (9) у моделях вихідних індивідуальних профілів показав стале порушення транзитивності майже у 74% “виборців” для рівномірного розподілу “відповідей” і 88% – для нормального закону. Заміна не строго упорядкованих індивідуальних профілів на еквівалентну кількість строго упорядкованих (трансформація) майже знімає цю проблему (табл. 3):

Таблиця 3

**Число порушень транзитивності відношень
у вихідних та трансформованих масивах**

Розподіл “відповідей”	Варіант	Номер “питання”							В підсумку
		1	2	3	4	5	6	7	
Рівномірний	Вихідний	2	2	2	2	2	2	2	2
	Трансформ	0	0	0	0	0	0	0	0
Квазінормальний	Вихідний	2	2	0	2	2	2	2	2
	Трансформ	1	0	0	0	1	0	0	0

Джерело: розробка автора

В табл. 4 наведено оцінки узгодженості “думок виборців” для чотирьох варіантів згенерованих даних: рівномірного розподілу переваг без корекції нетранзитивності та з корекцією нетранзитивності – варіанти 1 і 2 відповідно; квазінормального розподілу переваг без корекції нетранзитивності та з корекцією нетранзитивності – варіанти 3 і 4 відповідно.

Таблиця 4

Статистичні оцінки узгодженості “волевиявлення виборців”

Модель	№ питання	Коеф. конкордації Кендала, $W \cdot 10^5$, (14)	Критерій χ^2 -Пірсона для W , (18)	p -рівень	Модель	Коеф. конкордації Кендала, $W \cdot 10^5$, (14)	Критерій χ^2 -Пірсона для W , (18)	p -рівень

Варіант 1	1	3,48	1,05	0,79	Варіант 2	0,29	0,09	0,99
	2	15,9	4,78	0,19		30,6	9,16	0,03
	3	1,74	0,52	0,91		3,53	1,05	0,79
	4	3,36	1,00	0,80		5,27	1,57	0,67
	5	9,13	2,74	0,43		16,5	4,93	0,18
	6	1,89	0,56	0,90		2,73	0,81	0,85
	7	6,91	2,07	0,56		21,6	6,45	0,09
Σ	0,08	0,16	0,98	3,13	0,16	0,98		
Варіант 3	1	16,40	4,93	0,18	Варіант 4	35,5	10,7	0,01
	2	0,94	0,28	0,96		231	68,2	0,00
	3	2,83	0,85	0,84		13,8	4,14	0,25
	4	7,98	2,40	0,50		9,96	2,98	0,40
	5	5,04	1,51	0,68		15,2	4,56	0,20
	6	1,70	0,51	0,92		14,5	4,35	0,23
	7	23,8	7,14	0,07		47,1	14,1	0,00
Σ	0,35	0,74	0,86	15,7	32,8	0,00		

Примітка. Символом Σ тут і в подальшому позначено результати для узагальнених варіантів, де “відповіді” на різні “питання” були об’єднані в один масив (не розрізняються за “питаннями”).

Джерело: розробка автора

З табл. 4 можна зробити такі висновки:

Згенеровані масиви рівномірно розподілених вихідних “індивідуальних виборчих профілів за окремими питаннями” (варіант 1) суттєво неузгоджені між собою (коефіцієнт Кендала має порядок 10^{-4} – 10^{-5}).

Заміна нетранзитивних профілів транзитивними без надання переваг “кандидатам” (варіант 2) дещо виправила ситуацію лише для вибірок № 2 і № 7 – їхні коефіцієнти Кендала збільшилися на порядок і стали достовірними.

Профілі, що мають розподіли з центральною тенденцією (варіанти 3, 4), узгоджені краще для трансформованих даних (варіант 4): коефіцієнти Кендала для вибірок № 1, 2, 7 і Σ після трансформації зросли на порядок і стали достовірними.

Отже, змодельовані вихідні дані за класичними канонами відповідають стану, в якому неможливо визначити групове волевиявлення ($W \ll 0,5$ – “голосування не дало результату”). Втім відповідно до поставленої задачі представляє інтерес порівняння результатів, отриманих з використанням досліджуваних підходів.

Загалом для кожного з чотирьох варіантів змодельованих “відповідей на питання виборчого бюлетеню” було випробувано чотирнадцять протоколів побудови рейтингу кандидатів з кожного питання та три способи їх консолідації.

У табл. 5 наведено результати простого сумування підсумкових місць кандидатів, визначених за відповідними протоколами.

Таблиця 5

Консолідація профілів за сумою місць

№	Назва протоколу	Рівномірний розподіл/Квазіномальний розподіл									
		Вихідні дані					Трансформовані дані				
		Профіль				p-val	Профіль				p-val
1.	Правило відносної більшості	B	A	D	C	0,93	B,D	B,D	A	C	0,82
		C	D	B	A	0,54	C	B,D	B,D	A	0,04
		A	D	C	B	-	D	C	B	A	-
Σ	D	A	C	B	-	C	D	B	A	-	
2.	Правило Борда	B,D	B,D	A,C	A,C	0,99	D	C	B	A	0,07
		D	C	A	B	0,77	D	C	B	A	0,12
		C	D	B	A	-	D	C	B	A	-
Σ	D	A	C	B	-	D	C	B	A	-	
3.	Правило Кондорсе	B,C	B,C	A,D	A,D	0,00	D	C	A	B	0,03
		C	B	A	D	0,00	D	C	B	A	0,02
		D	B	A,C	A,C	-	D	A	C	B	-
Σ	B,C	B,C	A,D	A,D	-	D	C	B	A	-	

**ВИБОРЧІ СИСТЕМИ У ЦИФРОВУ ЕПОХУ: БАЗОВІ ПРОБЛЕМИ ТА НОВІ МОЖЛИВОСТІ.
ЧАСТИНА IV. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ НА МОДЕЛЬНИХ ДАНИХ**

4.	Правило Симпсона	D	C	B	A	0,03	D	A	C	B	0,02
		B	D	A,C	A,C	0,81	D	C	A	B	0,00
Σ		D	C	B	A	-	D	A	C	B	-
		D	B	C	A	-	D	C	A	B	-
5.	Модифіковане правило Борда	B,C	B,C	D	A	0,69	D	C	A	B	0,00
		D	C	B	A	0,93	C	D	B	A	0,06
Σ		C	D	B	A	-	D	A	C	B	-
		D	B	C	A	-	D	C	B	A	-
6.	Правило Доджсона	B,C,D	B,C,D	B,C,D	A	0,51	D	C	A	B	0,00
		D	C	A	B	0,93	D	C	B	A	0,00
Σ		D	B	C	A	-	D	A	C	B	-
		D	B	C	A	-	D	C	B	A	-
7.	Середнє геометричне	B	C	D	A	0,93	A	B	C	D	0,39
		A,B	A,B	C	D	0,69	A	B	C	D	0,06
Σ		B	A	D	C	-	A	B	C	D	-
		B	C	A	D	-	A	B	C	D	-
8.	Подвійний ентропійний критерій	A,C	A,C	D	B	0,81	B	C,D	C,D	A	0,65
		A,C	A,C	B	D	0,69	B	C	D	A	0,37
Σ		C	A	B	D	-	B	C	A	D	-
		B	C	A	D	-	C	B	D	A	-
9.	Парне порівняння за шкалами Сааті та логістичною					0,54	B	C	A	D	0,01
		D	A,B	A,B	C	0,86	D	C	B	A	0,00
Σ		D	B	C	A	-	D	A	C	B	-
		D	C	B	A	-	D	C	B	A	-
10.	Ранжована сума рангів	B	A	C,D	C,D	0,45	C	D	B	A	0,93
		D	C	A	B	0,77	D	A	C	B	0,13
Σ		C	D	B	A	-	D	A	B	C	-
		D	A	C	B	-	D	A	B	C	-
11.	Медіана Кемені	D	B	C	A	0,00	D	C	B	A	0,00
		D	B	C	A	0,00	D	C	B	A	0,00
Σ		D	B	C	A	-	D	B	C	A	-
		D	B	C	A	-	D	C	B	A	-
12.	Метод Шульце	D	B	C	A	0,00	D	A	C	B	0,13
		C	D	B	A	0,00	D	C	B	A	0,00
Σ		C	D	B	A	-	D	B	C	A	-
		C	D	B	A	-	D	C	B	A	-
13.	Метод нечітких множин	D	B	A	C	0,93	B	A,C,D	A,C,D	A,C,D	0,97
		D	B	C	A	0,00	D	C	A	B	0,00
Σ		B	A	C	D	-	B	A	C	D	-
		D	B	C	A	-	D	B	C	A	-

Примітка. Тут і в подальших таблицях темним фоном виділені дані для квазінормального розподілу, а товстими рамками – узгоджені за Кендалом профілі.

Джерело: розробка автора

Аналіз табл. 5 приводить до таких висновків:

З усіх випробуваних протоколів лише половина дала надійні (узгоджені) результати (p -value менше 0,05): за правилом Кондорсе, правилом Симпсона, медіаною Кемені, методом Шульце і методом нечітких множин (МНМ); причому тільки медіана Кемені та метод Шульце спрацювали як для рівномірного, так і для квазінормального розподілу.

Профілі Кондорсе як на вихідних (нетрансформованих), так і на консолідованих вихідних даних для обох розподілів не є строгими і різні для них.

Правило Симпсона показало узгоджений результат для рівномірного розподілу й неоднозначний для квазінормального.

Парні порівняння за шкалою Сааті та логістичною шкалою дали абсолютно

однакові результати, узгоджені результати отримано лише для трансформованих, тобто транзитивних, даних, незалежно від типу розподілу.

Профілі, отримані з використанням медіани Кемені, повністю збігаються для всіх типів вихідних даних.

Метод Шульце для рівномірного розподілу вихідних даних показав результат, який збігається, а для квазіномального розподілу – який не збігається з результатом використання медіани Кемені.

МНМ показав узгоджені результати на вихідних даних лише для квазіномального розподілу, і вони збігаються з результатами, отриманими з використанням медіани Кемені.

Трансформація вихідних даних “зробила” строгими та узгодженими профілі, отримані за правилами Кондорсе, Симпсона, модифікованого Борда та Доджсона.

Трансформація вихідних даних не порушила узгодженість профілів, отриманих за медіаною Кемені, але змінила розподіл місць починаючи з другого.

Трансформація вихідних даних змінила профілі, отримані за методом Шульце та МНМ.

Більшість правил незалежно від типу розподілу на трансформованих даних визначили переможцем “кандидата” D. Це зрозуміло для квазіномального розподілу, де для цього є причини, але насторожує для рівномірного розподілу, для якого очікувався незбіг результатів.

Профілі, отримані на вихідних даних, продемонстрували очікувану нестабільність структури для рівномірного розподілу і більш стабільну структуру для квазіномального, зокрема після “очищення” від нетранзитивності медіана Кемені та МНМ, і ще чотири правила визначили переможцем “кандидата” D.

Правило відносної більшості, яке переважає у сьогоденній практиці, показало найнестабільніші й неузгоджені результати: різні переможці у кожному з варіантів.

В табл. 6 надано результати узгодження підсумкових профілів з кожного питання із застосуванням кваліметричного підходу, описаного у частині III цієї статті, ваги критеріїв є однаковими.

Таблиця 6

Кваліметрична консолідація

№	Назва протоколу	Рівномірний розподіл/Квазіномальний розподіл									
		Вихідні дані					Трансформовані дані				
		Профіль				p-val	Профіль				p-val
1.	Правило відносної більшості	A,B,D	A,B,D	A,B,D	C	0,19	D	A,B	A,B	C	0,18
		A,B,D	A,B,D	A,B,D	C	0,19	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,32
2.	Правило Борда	A,D	A,D	B,C	B,C	0,19	D	A	B,C	B,C	0,06
		A,D	A,D	B,C	B,C	0,19	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,17
3.	Правило Кондорсе	B,C	B,C	A,D	A,D	0,00	D	A	B,C	B,C	0,03
		B,C	B,C	A,D	A,D	0,00	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,16
4.	Правило Симпсона	D	B	A,C	A,C	0,08	D	A,C	A,C	B	0,02
		D	B	A,C	A,C	0,08	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,13
5.	Модифіковане правило Борда	D	A	B,C	B,C	0,18	D	A,C	A,C	B	0,03
		D	B,C	B,C	A	0,18	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,22

6.	Правило Доджсона	A,D	A,D	B,C	B,C	0,19	D	A,C	A,C	B	0,02
		A,D	A,D	B,C	B,C	0,19	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,16
7.	Середнє геометричне	B	C,D	C,D	A	0,09	A,B,C	A,B,C	A,B,C	D	0,06
		B	C,D	C,D	A	0,09	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,42
8.	Подвійний ентропійний критерій	A,C	A,C	B,D	B,D	0,15	A,C	A,C	B,D	B,D	0,18
		A,C	A,C	B,D	B,D	0,15	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,37
9.	Парне порівняння за Сааті	A,B,D	A,B,D	A,B,D	C	0,19	D	A,B,C	A,B,C	A,B,C	0,03
		A,B,D	A,B,D	A,B,D	C	0,19	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,16
10.	Ранжована сума рангів	A,D	A,D	B,C	B,C	0,19	D	A	B,C	B,C	0,09
		A,D	A,D	B,C	B,C	0,19	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,30
11.	Медіана Кемені	D	B	C	A	0,01	D	C	B	A	0,01
		D	B	C	A	0,01	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,51
12.	Метод Шульце	D	B	C	A	0,01	D,C	D,C	A,B	A,B	0,18
		D	B	C	A	0,01	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,51
13.	Метод нечітких множин	A,B	A,B	C,D	C,D	0,21	B	A,B,D	A,B,D	C	0,19
		A,B	A,B	C,D	C,D	0,21	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	A,B C,D	0,39

Джерело: розробка автора

З табл. 6 слідують такі висновки:

Кваліметрична консолідація (КК) не є “чутливою” до типу вихідного розподілу.

КК не дає однозначних результатів за винятком профілів, отриманих за методами Кемені та Шульце для вихідних (нетрансформованих) даних.

КК не працює на трансформованих даних.

У табл. 7 представлено результати узагальнення підсумкових профілів, виконаного з використанням методу Topsis (див. частину III цієї статті).

Таблиця 7

Консолідація за методом Topsis

№	Назва протоколу	Рівномірний розподіл/Квазіномальний розподіл							
		Вихідні профілі				Трансформовані профілі			
1.	Правило відносної більшості	B	A	D	C	D	B	A	C
		C	D	B	A	C	B	D	A
2.	Правило Борда	B	D	C	A	D	C	B	A
		D	C	A	B	D	C	B	A
3.	Правило Кондорсе	B,C	B,C	A,D	A,D	D	C	A	B
		C	B	A	D	D	C	B	A
4.	Правило Симпсона	D	C	B	A	D	A	C	B
		B	D	C	A	D	C	A	B

5.	Модифіковане правило Борда	B	C	D	A	D	C	A	B
		D	C	B	A	C	D	B	A
6.	Правило Доджсона	B,D	B,D	C	A	D	C	A	B
		D	C	A	B	D	C	B	A
7.	Середнє геометричне	B	C	D	A	A	B	C	D
		A	B	C	D	A	B	C	D
8.	Подвійний ентропійний критерій	A	C	D	B	B	D	C	A
		A	C	B	D	B	C	D	A
9.	Парне порівняння за Сааті	B	C	D	A	D	C	A	B
		D	B	A	C	D	C	B	A
10.	Ранжована сума рангів	B	D	C	A	C	D	B	A
		D	C	A	B	D	A	C	B
11.	Медіана Кемені	D	B	C	A	D	C	B	A
		D	B	C	A	D	C	B	A
12.	Метод Шульце	D	B	C	A	D	A	C	B
		C	D	B	A	D	C	B	A
13.	Метод нечітких множин	C	B	D	A	B	D	A,C	A,C
		D	B	C	A	D	C	B	A

Джерело: розробка автора

З табл. 7 можна зробити такі висновки:

З усіх розглянутих варіантів консолідації метод Topsis показав найкращі результати: тільки у трьох випадках з 26 маємо неоднозначні профілі.

В результаті трансформації даних переможець “виборчих перегонів” змінився у 10 випадках з 13 для рівномірного розподілу первинних результатів і у двічі меншому числі випадків для квазінормального розподілу.

Найменш чутливою до закону розподілу первинних даних виявляється медіана Кемені.

В роботі було також досліджено можливість використання для побудови консолідованих рейтингів декількох критеріїв прийняття рішень в умовах невизначеності, а саме: критерію Вальда (масиміну), критерію оптимізму (максимаксу), критерію Севіджа (мінімаксу) і критерію Гурвіца (зваженого критерію оптимізму-песимізму). Через обмежений обсяг публікації навести оригінальні дані неможливо. Проведене дослідження дає нам підстави для висновку, що ці методи не дають неоднозначних результатів.

З оригіналами розрахунків можна ознайомитися за посиланнями:

- <https://drive.google.com/file/d/1-g2Z0qTfUL53aaINhqT3OhREluroIx40/view?usp=sharing> (файл з результатами побудови підсумкових профілів для рівномірного закону розподілу первинних даних);
- <https://drive.google.com/file/d/1JsFbprYrqecjtljeU3eVYyNojB8Nmxdd/view?usp=sharing> (те ж саме для квазінормального закону розподілу первинних даних);
- https://drive.google.com/file/d/1LPsu-Fzvqzc7U_jnlrzm_p_wyAaIVdM9D/view?usp=sharing (файл з результатами побудови консолідованих профілів для рівномірного закону розподілу первинних даних);
- <https://drive.google.com/file/d/1h7FaNIg8RrC3Kk7OTmnrEeIsQrmlI6Vv/view?usp=sharing> (те ж саме для квазінормального закону розподілу первинних даних);

Узагальнюючі висновки

Виходячи з характеристик змодельованих розподілів первинних оцінок “якостей кандидатів, наданих виборцями”, очікуваними профілями мали бути DBCA або DCBA. Такий результат показали протоколи на основі медіани Кемені та МНМ, в яких консолідація профілів за окремими питаннями (критеріями) здійснювалась за методом Topsis.

Якщо вважати трансформацію вихідних даних (заміну нестрогих профілів на строги без надання переваги будь-кому з “кандидатів”) коректною процедурою, то до придатних способів побудови консолідованих профілів схвального голосування можна додати методи Кондорсе, Доджсона, Сааті та Шульце.

Результати виконаного дослідження свідчать про існування принципової можливості переходу до нової цифрової парадигми виборчого процесу, яка ґрунтується на принципі схвального голосування.

Наукові результати, подані у цій статті, отримано при виконанні НДР з реєстраційним номером 0118U006677, 01.01.2019–31.12.2022.

Додаток

Таблиця Д1

**Розподіл профілів переваг при моделюванні результатів
схвального голосування за методом Монте-Карло**

Розподіл “відповідей”	Профіль	Номер “питання”							Загалом
		1	2	3	4	5	6	7	
Рівномірний	AAAA	92	89	68	88	75	84	73	569
	AAAD	148	143	158	158	167	172	162	1108
	AACC	140	144	170	147	147	182	158	1088
	AACD	154	155	162	136	149	157	148	1061
	AADA	138	150	149	164	141	163	182	1087
	AADC	176	152	162	155	175	160	156	1136
	ABBB	164	151	179	155	160	147	165	1121
	ABBD	147	153	129	159	156	168	156	1068
	ABCC	152	186	172	179	161	160	166	1176
	ABCD	81	87	79	85	86	81	91	590
	ABDB	192	163	152	172	175	139	150	1143
	ABDC	77	75	89	75	84	82	88	570
	ACAC	169	137	190	157	153	160	144	1110
	ACAD	176	142	146	178	180	153	203	1178
	ACBC	179	163	162	168	146	143	159	1120
	ACBD	81	74	79	91	58	78	80	541
	ACCA	174	137	159	168	149	167	156	1110
	ACCB	158	168	147	191	159	159	153	1135
	ACDA	147	173	153	161	152	175	165	1126
	ACDB	87	68	92	81	79	90	75	572
	ADAA	159	152	154	157	182	161	168	1133
	ADAC	176	163	147	162	149	166	157	1120
	ADBB	172	147	152	156	190	177	138	1132
	ADBC	96	82	96	77	80	87	59	577
	ADCA	144	140	159	152	154	162	167	1078
	ADCB	86	77	83	79	86	81	83	575
	BABB	137	138	156	161	158	158	145	1053
	BABD	183	152	142	147	161	162	181	1128
	BACC	153	152	148	166	154	133	177	1083
	BACD	88	97	91	81	74	84	91	606
	BADB	135	161	191	154	167	171	187	1166
	BADC	83	80	74	72	67	84	101	561
	BBAB	173	159	158	134	162	158	141	1085
	BBAD	150	179	175	151	156	153	145	1109
	BBBA	147	168	160	167	152	148	171	1113
	BBDA	184	156	145	150	162	164	166	1127
	BCAC	150	172	160	158	153	181	159	1133
	BCAD	70	83	89	88	76	82	70	558
	BCCA	147	159	154	149	168	136	146	1059
	BCDA	76	69	65	79	85	79	92	545
BDAV	146	170	152	130	161	163	173	1095	
BDAC	63	87	76	88	74	80	82	550	
BDVA	165	171	173	147	153	183	154	1146	
BDCA	77	83	93	80	74	68	72	547	
CAAC	161	177	182	165	152	157	158	1152	
CAAD	157	177	173	145	154	144	158	1108	
CABC	187	166	153	176	157	175	145	1159	
CABD	87	76	75	90	76	85	77	566	
CACA	164	164	144	181	168	175	157	1153	
CACB	137	138	170	168	158	163	156	1090	

Рівномірний	CADA	173	154	151	165	154	166	162	1125
	CADB	75	83	74	73	80	69	88	542
	CBAC	139	180	166	159	177	139	146	1106
	CBAD	76	80	75	83	100	60	72	546
	CBCA	152	148	165	173	165	150	148	1101
	CBDA	96	81	70	91	80	72	74	564
	CCAA	146	179	179	171	163	179	160	1177
	CCAB	148	177	159	154	175	139	157	1109
	CCBA	151	202	159	149	159	148	180	1148
	CDAА	135	154	147	150	154	165	166	1071
	CDAB	88	98	74	75	90	75	75	575
	CDBA	64	78	94	82	80	80	75	553
	DAАА	159	155	157	151	175	168	146	1111
	DAAC	187	143	134	167	142	159	151	1083
	DABB	158	144	196	168	153	161	148	1128
	DABC	87	106	99	66	68	85	90	601
	DACA	174	161	154	174	176	158	141	1138
	DACB	74	83	79	75	71	80	72	534
	DBAB	169	143	148	164	161	196	143	1124
	DBAC	90	87	76	80	79	61	91	564
	DBBA	163	168	140	151	161	153	179	1115
	DBCA	80	76	79	84	75	81	87	562
	DCAA	155	178	166	153	175	169	180	1176
	DCAB	88	66	86	75	90	70	83	558
DCBA	89	72	87	90	83	78	81	580	
Загалом	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	70007	
Квазіномірний	АААА	289	315	306	285	279	305	294	2073
	АААD	298	313	321	281	310	309	294	2126
	ААСС	258	269	265	277	275	275	304	1923
	ААСD	108	105	118	111	121	116	135	814
	ААDА	297	321	303	351	303	316	272	2163
	ААDС	134	106	112	118	110	115	97	792
	АВВВ	332	298	305	316	316	325	302	2194
	АВВD	199	186	155	167	186	192	158	1243
	АВСС	138	108	98	125	131	122	97	819
	АВСD	33	22	35	25	32	18	34	199
	АВDВ	180	180	176	172	176	174	150	1208
	АВDС	17	23	22	30	19	25	28	164
	АСАС	251	284	281	256	269	297	260	1898
	АСАD	118	131	123	107	117	95	119	810
	АСВС	111	122	116	100	107	119	133	808
	АСDВ	29	40	26	35	34	32	29	225
	АССА	276	252	250	260	297	249	291	1875
	АССВ	129	113	120	122	110	96	114	804
	АСDА	128	122	124	97	123	108	99	801
	АСDВ	26	31	37	35	27	29	33	218
	АDАА	292	306	302	319	333	289	333	2174
	АDАС	123	112	121	136	122	101	118	833
	АDВВ	163	169	200	197	167	177	182	1255
	АDВС	28	30	26	24	27	27	34	196
	АDСА	114	119	123	123	113	120	93	805
	АDСВ	19	29	28	32	27	24	29	188
	ВАВВ	320	342	289	315	327	286	307	2186
	ВАВD	170	201	193	168	172	187	180	1271
	ВАСС	106	117	127	124	97	107	92	770
	ВАСD	33	24	34	26	29	29	26	201
	ВАDВ	192	173	170	194	184	184	166	1263
	ВАDС	34	27	21	29	34	30	38	213
ВВАВ	296	317	293	310	296	300	301	2113	
ВВАD	149	167	186	180	167	203	197	1249	
ВВВА	355	301	333	301	299	304	327	2220	

**ВИБОРЧІ СИСТЕМИ У ЦИФРОВУ ЕПОХУ: БАЗОВІ ПРОБЛЕМИ ТА НОВІ МОЖЛИВОСТІ.
Частина IV. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ НА МОДЕЛЬНИХ ДАНИХ**

Квазінормальний	BBDA	192	167	206	185	180	167	173	1270
	BCAC	127	99	114	121	124	124	116	825
	BCAD	27	20	35	33	24	27	32	198
	BCCA	110	132	122	108	112	108	118	810
	BCDA	40	30	33	32	34	26	35	230
	BDAB	147	185	165	184	159	191	200	1231
	BDAC	27	31	31	28	18	29	33	197
	BDBA	164	167	173	187	132	204	169	1196
	BDCA	43	28	24	35	36	28	26	220
	CAAC	276	227	259	277	272	239	259	1809
	CAAD	104	134	115	99	114	114	122	802
	CABC	125	110	130	125	114	118	122	844
	CABD	30	28	29	31	31	23	22	194
	CACA	289	268	261	258	285	298	281	1940
	CACB	93	125	100	131	104	106	127	786
	CADA	110	102	120	122	113	134	102	803
	CADB	26	23	28	36	27	25	22	187
	CBAC	120	100	115	112	127	132	138	844
	CBAD	30	26	31	32	20	24	27	190
	CBCA	110	134	122	97	117	102	110	792
	CBDA	31	29	23	35	42	33	34	227
	CCAA	278	289	270	276	281	259	303	1956
	CCAB	120	137	124	102	117	120	111	831
	CCBA	104	99	101	92	122	118	124	760
	CDAА	115	120	125	126	115	129	107	837
	CDAB	27	31	29	35	40	39	29	230
	CDBA	29	17	33	20	22	20	42	183
	DAАА	297	319	304	307	320	316	306	2169
	DAAC	119	108	111	118	116	106	106	784
	DABB	157	176	179	174	215	198	186	1285
	DABC	27	26	27	28	27	22	30	187
	DACA	128	118	105	103	119	122	108	803
	DACB	30	35	30	23	32	26	24	200
	DBAB	159	183	173	175	160	165	179	1194
DBAC	28	30	39	26	26	35	31	215	
DBBA	193	173	173	181	177	189	188	1274	
DBCA	39	26	27	26	33	28	29	208	
DCAA	115	122	122	121	109	111	111	811	
DCAB	32	27	23	29	25	26	23	185	
DCBA	38	25	31	23	24	35	30	206	
Загалом	10001	10001	10001	10001	10001	10001	10001	70007	

Примітка. Тут і далі ранги 1-го -4-го кандидатів для відрізнєння від чисел позначені літерами: А – найвищий ранг (переможець).

Джерело: розробка автора

Таблиця Д2

Розподіл профілів кандидатів після перетворення

Розподіл “відповідей”	Профіль	Номер “питання”							Загалом
		1	2	3	4	5	6	7	

Рівномірний	ABCD	375	406	386	390	389	401	399	2746
	ABDC	418	393	423	410	421	401	414	2746
	ACBD	432	411	407	442	400	411	438	2941
	ACDB	436	397	419	446	415	426	415	2954
	ADBC	449	396	422	405	409	414	371	2866
	ADCB	427	405	413	430	439	430	413	2957
	BACD	411	404	404	388	389	404	428	2828
	BADC	402	408	424	407	406	421	461	2929
	BCAD	396	393	422	414	406	415	433	2879
	BCDA	400	432	374	398	405	404	454	2867
	BDAC	404	412	411	408	408	435	420	2898
	BDCA	405	422	434	407	411	408	438	2925
	CABD	444	406	413	425	410	427	386	2911
	CADB	391	450	423	423	417	421	408	2933
	CBAD	399	412	436	407	443	378	392	2867
	CBDA	446	451	395	442	417	413	418	2982
	CDAB	401	446	406	390	439	412	390	2884
	CDBA	383	418	437	407	415	430	429	2919
	DABC	435	401	430	408	378	418	392	2862
	DACB	404	422	434	434	418	425	388	2925
DBAC	439	416	404	420	419	408	403	2909	
DBCA	422	418	403	437	428	413	445	2966	
DCAB	421	451	424	406	448	426	391	2967	
DCBA	417	406	422	418	432	416	451	2962	
Загалом	9958	9978	9969	9966	9967	9963	9984	69623	
Квазінормальний	ABCD	391	359	357	362	389	373	373	2604
	ABDC	407	374	376	407	392	400	367	2723
	ACBD	430	443	417	404	431	437	419	2981
	ACDB	439	416	431	427	429	409	402	2953
	ADBC	387	388	409	403	391	398	413	2789
	ADCB	416	404	432	444	424	406	422	2948
	BACD	385	393	417	389	390	398	400	2772
	BADC	438	414	411	448	423	423	407	2964
	BCAD	380	378	414	392	390	408	405	2767
	BCDA	423	392	420	394	410	377	393	2809
	BDAC	406	414	420	438	412	429	441	2960
	BDCA	436	536	421	432	414	426	418	3083
	CABD	423	427	434	416	426	412	418	2956
	CADB	420	412	408	455	424	433	405	2957
	CBAD	405	398	426	415	412	430	438	2924
	CBDA	440	412	440	429	438	433	416	3008
	CDAB	405	438	422	436	429	441	439	3010
	CDBA	419	393	426	415	401	429	448	2931
	DABC	395	371	394	403	417	386	397	2763
	DACB	416	430	406	414	449	434	426	2975
DBAC	415	396	423	420	417	418	427	2916	
DBCA	457	417	419	401	433	432	428	2987	
DCAB	417	435	420	419	409	410	419	2929	
DCBA	444	406	424	410	421	432	442	2979	
Загалом	9994	9846	9967	9973	9971	9974	9963	69688	

Джерело: розробка автора.

Посилання на статтю:

Синицький М. Є. Виборчі системи у цифрову епоху: базові проблеми та нові можливості. Частина IV. Результати досліджень на модельних даних. *Науковий вісник Національної академії статистики, обліку та аудиту: зб. наук. пр.*. 2022. №1-2. С. 86-98. doi: 10.31767/nasoa.1-2-2022.10.