

А. М. Романенко,
*студентка освітнього рівня «бакалавр»,
спеціальність «Фінанси банківська справа та страхування»,
Національна академія статистика, обліку та аудиту*

МОДЕЛІ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ТА МЕТОДИ ЇХ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

Усі структурні частини економічної системи мають певну мету або ціль свого розвитку та функціонування. Це може бути, наприклад, отримання максимального чистого прибутку або максимізація валового випуску, мінімізація витрат чи відходів тощо. У більшій частині випадків ступінь досягнення мети має кількісну характеристику, отже вона може бути описана за допомогою математичних співвідношень.

Для вирішення задач, метою яких є отримання оптимального за певними критеріями рішення, використовуються найчастіше моделі математичного програмування. До таких задач можна віднести:

- а) задачі складання графіків польотів та графіків вильотів льотного складу у комерційних повітряних сполученнях;
- б) задачі оптимізації складу сумішей при розробці харчового раціону;
- в) задачі оптимізації альтернативних виробничих процесів у діяльності роботи;
- г) задачі управління управлінні фінансовими результатами діяльності комерційних банків;
- д) задачі подальшого планування виробничих розмірів підприємства;
- є) задачі управління інвестиціями фірм;
- ж) задачі управління транспортними потоками.

Економіко-математична модель задачі є математичним записом функціонування умовної економічної системи. При розробці певної моделі, потрібно звертати увагу на такі правила:

1. Модель має реально описувати адекватні економічні та технологічні процеси.
2. У моделі потрібно брати до уваги все суттєве в досліджуваному явищі чи процесі, відкидаючи все непотрібне.
3. Модель має обов'язково бути зрозумілою для користувача.

Ми можемо відзначити, що в задачі математичного програмування передбачається одна цільова функція, яка є кількісним вираженням мети, основою якої є ефективність функціонування системи. В адекватних економічних системах на роль оцінки ефективності претендують багато показників. Наприклад, максимум чистого доходу від виробленої продукції чи максимум прибуткової рентабельності, мінімум собівартості виробленої продукції або мінімум затрат дефіцитних ресурсів. Відмітимо, що досить часто в реальному житті зустрічаються багатокритеріальні задачі, що передбачають використання декількох різнопланових критеріїв. Для їх

приведення до задачі математичного програмування використовують спеціальні математичні методи зведення компромісних планів.

Найпростішими реальними математичними моделями, які використовують в практиці управління підприємством, є задачі лінійного програмування (ЛП).

Розглянемо задачу лінійного програмування на прикладі оптимізації виробничої програми фірми.

Фірма зосередила свою діяльність на виготовленні та продажі пілососів і кухонних комбайнів. Припустимо, що продаж виготовленої продукції необмежений, проте обсяги ресурсів (нормований час праці людини та основних витратних матеріалів) обмежені. Наше завдання полягає у тому, що ми повинні визначити такий план виробництва продукції в період протягом одного місяця, за якого дохід був би найбільшим.

Норми використання ресурсів та їх загальний запас, а також ціни одиниці кожного виду продукції наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Норми витрат та ціна на вироблення продукції фірмою

Вид продукції	Норми витрат на одиницю продукції			Ціна одиниці продукції, ум. од.
	робочого часу, люд.-год.	листового заліза, м ²	пластмаси, м ²	
Пілосос	9,2	3	–	300
Кухонний комбайн	4	6	2	200
Загальний запас ресурсу на місяць	520	240	40	–

Тепер ми можемо побудувати економіко-математичну модель наведеної задачі. Позначимо через x_1 кількість вироблених пілососів, а через, x_2 – кількість кухонних комбайнів. Далі запишемо математично обмеження використання ресурсів.

З наведених даних з таблиці 1 напишемо сумарні витрати робочого часу:

$$9,2x_1 + 4x_2$$

За умовою задачі кількість нормованого робочого часу не повинна перевищувати загальний запас цього ресурсу, тобто 520 люд.-год. Ми можемо описати дане обмеження такою нерівністю:

$$9,2x_1 + 4x_2 \leq 520$$

Аналогічно запишемо умови щодо використання пластмаси і листового заліза :

$$3x_1 + 6x_2 \leq 240$$

$$2x_2 \leq 40$$

Необхідно і достатньо серед усіх всіх можливих значень x_1 та x_2 знайти такі, щоб сума виручки буде максимальною, тобто: $F_{max} = 300x_1 + 200x_2$

Підсумовуючи вище сказане наведену задачу можна подати такою економіко-математичною моделлю:

$$F_{max} = 300x_1 + 200x_2$$

за умов:

$$9,2x_1 + 4x_2 \leq 520$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 240$$

$$2x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq x_2 \geq 0$$

Остання умова вказує на те, що виробництво продукції не може бути від'ємним.

Розв'язуючи ЗЛП відповідним методом, дістаємо такий розв'язок: для максимального доходу від реалізації продукції необхідно виготовляти пылососів 50 штук, кухонних комбайнів – 15 ($x_1=50, x_2=15$).

Перевіримо виконання умов задачі:

$$9,2 \cdot 50 + 4 \cdot 15 = 520;$$

$$3 \cdot 50 + 6 \cdot 15 = 240;$$

$$2 \cdot 15 = 30 < 40.$$

Ми бачимо, що усі умови задачі виконуються, до того ж оптимальний план дає змогу абсолютно повністю витратити 2 види ресурси, а надлишок третього ресурсу є мінімальним.

Дохід становитиме: $F = 300 \cdot 50 + 200 \cdot 15 = 18000$ ум. од.

Висновок:

Теорією задач лінійного програмування є знаходження таких значень керованих змінних x_j , при яких цільова функція набуває мінімального чи максимального значення (екстремумів) за виконання певної множини умов. Використання оптимізаційних економіко-математичних моделей може значно підвищити конкурентоспроможність фірми в умовах нестабільності ринку. А задачі лінійного програмування є достатньо простим та ефективним інструментом в управлінні організацією.

Список використаних джерел:

1. Скворчевський О.Є. Оптимізаційні методи і моделі в економіці і менеджменті: текст лекцій з курсу «Економіко-математичні методи та моделі». Харків : НТУ «ХПІ», 2014. 76 с.

2. Толбатов Ю.А., Толбатов Є.Ю. Математичне програмування: Підручник для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів. / Ю.А. Толбатов, Є.Ю. Толбатов. Тернопіль: Підручники і посібники, 2008. 432 с.