

УДК 311.17:33.051(477)
JEL Classification: C20, C30

О. І. Кулич,

доктор економічних наук, професор,
професор кафедри математики, статистики та інформаційних технологій,
Хмельницький університет управління та права,
E-mail: kulnych_roman@ukr.net

Побудова функціональних моделей економічних явищ методом статистичних рівнянь залежностей

На основі методу статистичних рівнянь залежностей побудовано функціональні теоретичні моделі соціально-економічного розвитку регіонів з метою обґрунтування завдань, планів та нормативів. Запропоновано перелік чинників, що впливають на формування валового регіонального продукту, та визначено частку впливу кожного з них.

Ключові слова: соціально-економічний розвиток, статистичне моделювання, метод статистичних рівнянь залежностей, статистична функціональна модель, статистична обернена задача.

Побудова функціональних теоретичних моделей розвитку соціально-економічних явищ ґрунтується на застосуванні методу статистичних рівнянь залежностей. Статистичне вивчення взаємозв'язків на основі цього методу дозволяє вирішити обернену задачу, тобто визначити рівні чинників та величину їх зміни при зміні результативної ознаки на одиницю чи іншу величину (планову, нормативну чи прогнозовану), а також дослідити характер зміни чинників при формуванні рівня соціально-економічного явища.

Метою статті є розробка методологічних основ побудови функціональних теоретичних моделей економічних явищ на регіональному рівні як засобу обґрунтування планів, завдань та нормативів діяльності місцевих органів виконавчої влади. Оскільки функціональні взаємозв'язки можна вивчати на основі методу статистичних рівнянь залежностей, то аналітичні можливості статистичних методів як інструмента досліджень зростуть за урахування цього виду моделювання при прийнятті відповідних управлінських рішень.

Питанням статистичного моделювання соціально-економічного розвитку країни присвячені праці А. Головача [1], А. Єріної [2], В. Захожая [1], Н. Парфенцевої [5] та інших вітчизняних учених. Пропонуємо розглянути методологічні засади побудови теоретичної моделі функціонального взаємозв'язку рівнів чинників і результативного показника для регіонів України. Тобто для усіх регіонів задаємо один і той самий рівень зміни (зростання або зниження) коефіцієнта порівняння (0,01, або 1%) кожного чинника і результативного показника, яким є валовий регіональний продукт (ВРП). Вихідну інформацію для побудови функціональних теоретичних моделей розвитку економічних явищ наведемо у табл. 1. В основу побудови таблиці покладено модельну передумову

рівномірної зміни значень від регіону до регіону. Тобто в першому рядку таблиці наведено фактичні дані досліджуваних показників за 2004 р. [6], а значення решти показників є розрахунковими величинами, які відрізняються від регіону до регіону на 1% (збільшення для показників-стимуляторів та зниження для показника-дестимулятора). Такий принцип побудови вихідних даних дозволяє одержати функціональний взаємозв'язок між системою досліджуваних чинників та результативним показником, що визначено метою статті. Дужками в таблиці обведені значення окремих чинників, які можуть мати місце для гіпотетичного регіону та будуть використані у подальших розрахунках.

Основними чинниками, що формують обсяг ВРП у розрахунку на одну особу населення (результативна ознака) виберемо такі:

- x_1 – обсяг прямих іноземних інвестицій на одну особу населення, дол. США;
- x_2 – обсяг інвестицій у основний капітал на одну особу населення, дол. США;
- x_3 – рівень працевлаштування незайнятого населення, зареєстрованого в державній службі зайнятості, %;
- x_4 – абсолютний приріст середньомісячної номінальної заробітної плати одного працюючого до відповідного періоду попереднього року, грн;
- x_5 – обсяг виробленої промислової продукції на одну особу населення, грн;
- x_6 – обсяг реалізованої промислової продукції (робіт, послуг) на одну особу населення, грн;
- x_7 – роздрібний товарооборот підприємств на одну особу населення, грн;
- x_8 – обсяг реалізованих послуг у розрахунку на одну особу населення, грн;
- x_9 – експорт товарів на одну особу населення, дол. США;
- x_{10} – імпорт товарів на одну особу населення, дол. США.

Вихідні дані для моделювання (дані умовні)

Регіон	Обсяг ВРП у розрахунку на одну особу, грн	Чинники формування обсягу валового регіонального продукту									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	7273,0	176,7	1601,7	33,9	127,4	6206,0	6829,6	1424,0	448,0	691,3	613,7
2	7345,7	178,5	1617,7	34,2	128,6	6268,1	6897,9	1438,2	452,5	698,2	607,5
3	7418,5	180,2	1633,7	34,6	129,9	6330,1	6966,2	1452,5	457,0	705,1	601,4
4	7491,2	182,0	1649,8	34,9	131,2	6392,2	7034,5	1466,7	461,4	712,0	595,3
5	7563,9	183,8	1665,8	35,3	132,5	6454,2	7102,8	1481,0	465,9	719,0	589,1
6	7636,7	185,5	1681,8	35,6	133,7	6516,3	7171,1	1495,2	470,4	725,9	583,0
7	7709,4	187,3	1697,8	35,9	135,0	6578,4	7239,4	1509,4	474,9	732,8	576,9
8	7782,1	189,1	1713,8	36,3	136,3	6640,4	7307,7	1523,7	479,4	739,7	570,7
9	7854,8	190,8	1729,8	36,6	137,5	6702,5	7376,0	1537,9	483,8	746,6	564,6
10	7927,6	(192,6)	1745,9	37,0	138,8	6764,5	7444,3	1552,2	488,3	753,5	558,5
11	8000,3	194,4	1761,9	37,3	140,1	(6826,6)	7512,6	1566,4	492,8	760,4	552,3
12	8073,0	196,1	1777,9	(37,6)	141,4	6888,7	7580,9	1580,6	497,3	767,3	546,2
13	8145,8	197,9	1793,9	38,0	142,6	6950,7	7649,2	1594,9	501,8	774,3	540,0
14	8218,5	199,7	1809,9	38,3	143,9	7012,8	7717,4	1609,1	506,2	781,2	533,9
15	8291,2	201,4	1825,9	38,6	145,2	7074,8	7785,7	1623,4	510,7	788,1	527,8
16	8364,0	203,2	(1842,0)	39,0	146,5	7136,9	(7854,0)	1637,6	515,2	795,0	521,6
17	8436,7	205,0	1858,0	39,3	147,7	7199,0	7922,3	1651,8	519,7	801,9	515,5
18	8509,4	206,7	1874,0	39,7	149,0	7261,0	7990,6	(1666,1)	(524,2)	808,8	509,4
19	8582,1	208,5	1890,0	40,0	150,3	7323,1	8058,9	1680,3	528,6	815,7	503,2
20	8654,9	210,3	1906,0	40,3	151,6	7385,1	8127,2	1694,6	533,1	822,6	497,1
21	8727,6	212,0	1922,0	40,7	152,8	7447,2	8195,5	1708,8	537,6	829,6	490,9
22	8800,3	213,8	1938,1	41,0	(154,1)	7509,3	8263,8	1723,0	542,1	(836,5)	484,8
23	8873,1	215,6	1954,1	41,4	155,4	7571,3	8332,1	1737,3	546,6	843,4	478,7
24	8945,8	217,3	1970,1	41,7	156,7	7633,4	8400,4	1751,5	551,0	850,3	(472,5)
25	9018,5	219,1	1986,1	42,0	157,9	7695,4	8468,7	1765,8	555,5	857,2	466,4
26	9091,3	220,9	2002,1	42,4	159,2	7757,5	8537,0	1780,0	560,0	864,1	460,3
27	9164,0	222,6	2018,1	42,7	160,5	7819,6	8605,3	1794,2	564,5	871,0	454,1
У середньому	8218,5	199,7	1809,9	38,3	143,9	7012,8	7717,4	1609,1	506,2	781,2	533,9

Використання методу статистичних рівнянь залежностей вимагає спочатку визначення параметрів рівнянь одночинникових залежностей і коефіцієнтів стійкості зв'язку. Для обчислення цих параметрів (а також у подальшому – для розрахунку параметрів багаточинникового рівняння) скористаємося програмою “Метод статистичних рівнянь залежностей” [7].

Параметри одночинникової залежності в цьому прикладі для кожного з чинників дорівнюють одиниці; це означає, що зміна відхилень коефіцієнтів порівняння окремого чинника на одиницю зумовлює відповідний розмір зміни відхилень коефіцієнта порівняння результативної ознаки (обсягу валового регіонального продукту). Наприклад, для чинника x_1 “Обсяг прямих іноземних інвестицій на одну особу, дол. США” параметр одночинникового рівняння лінійної прямої залежності

$$y_x = y_{\min} (1 + bd_{x_1}) \text{ становить:}$$

$$b = \frac{\sum d_y}{\sum d_x} = \frac{3,51}{3,51} = 1,0.$$

Рівняння лінійної одночинникової залежності набуде вигляду:

$$y_x = 7273(1 + 0,1d_{x_1}).$$

Коефіцієнти стійкості зв'язку тут також однакові для всіх чинників і дорівнюють одиниці, що означає, відповідно до шкали оцінки залежностей, наявність стійкого дуже високого рівня взаємозв'язку. Ці дані свідчать про функціональний зв'язок між чинниками й обсягом ВРП. Наприклад, для чинника x_1 коефіцієнт стійкості зв'язку становить:

$$K = 1 - \frac{\sum |d_y - bd_x|}{\sum d_x} = 1 - \frac{0}{3,51} = 1 - 0 = 1.$$

Ураховуючи те, що між обсягом валового регіонального продукту на одну особу та десятьма чинниками соціально-економічного розвитку регіонів України, прийнятими до розрахунків, існує лінійна залежність (пряма й обернена), застосуємо для розрахунків рівняння багаточинникової комбінаційної залежності, параметри якої обчислюємо за формулою:

$$y_{x_{i=1,n}} = y_{\min} [1 + B(\sum d_{x_i})],$$

де $y_{x_{i=1,n}}$ – рівняння багаточинникової залежності; y_{\min} – мінімальне значення результативної ознаки; B – сукупний параметр багаточинникової залежності; d_{x_i} – розмір відхилень від одиниці коефіцієнтів порівняння чинникових ознак.

Параметри рівняння багаточинникової прямої залежності дорівнюватимуть:

$$1. y_{\min} = 7273 \text{ грн.}$$

2. Сукупний параметр багаточинникової комбінаційної залежності:

$$B = \frac{\sum d_y}{\sum d_{x_{i=1-5}}} = \frac{3,51}{35,1} = 0,1.$$

Це означає, що зміна розміру відхилень коефіцієнтів порівняння всіх чинникових ознак $x_{i=1,n}$, включених до розрахунків, на одиницю (тобто 1%) приводить до зміни розміру відхилень теоретичних значень ВРП в 0,1 раза. Рівняння багаточинникової прямої залежності має вигляд:

$$y_{x_{i=1,n}} = 7273 [1 + 0,1(\sum d_{x_i})].$$

Частка впливу кожного чинника на результативну ознаку дорівнює 0,1 або 10%, тобто вплив чинників рівномірний. Цей розрахунок виконуємо за формулою:

$$\Delta_{x_i} = \frac{\sum d_{x_i}}{\sum d_{i_{x_i}}} \cdot 100,$$

де Δ_{x_i} – частка впливу окремого чинника на результативну ознаку; $\sum d_{x_i}$ – сума відхилень коефіцієнтів порівняння окремого чинника; $\sum d_{i_{x_i}}$ – сума відхилень коефіцієнтів порівняння всіх чинників.

Наприклад, для чинника x_1 частка впливу на результативну ознаку становить:

$$\Delta_{x_1} = \frac{3,51}{35,1} \cdot 100 = 10\%.$$

Обчислення нормативного рівня валового регіонального продукту за умови зміни кожного з чинників на однакову величину (пряма задача), наприклад на 1%, виконується за формулою:

$$Y_{H_{x=1,n}} = Y_{\min} \left[1 + B \left(\sum d_{x_{1-10}} \right) \right] =$$

$$= 7273,0 \cdot \left[1 + 0,1 \left\{ \left(\frac{178,47}{176,70} - 1 \right) + \left(\frac{1617,72}{1601,70} - 1 \right) + \right. \right.$$

$$+ \left(\frac{34,24}{33,90} - 1 \right) + \left(\frac{128,63}{127,36} - 1 \right) + \left(\frac{6268,06}{6206,00} - 1 \right) +$$

$$+ \left(\frac{6897,90}{6829,60} - 1 \right) + \left(\frac{1438,24}{1424,00} - 1 \right) + \left(\frac{452,48}{448,00} - 1 \right) +$$

$$\left. \left. + \left(\frac{698,21}{691,30} - 1 \right) + \left(1 - \frac{607,55}{613,69} \right) \right\} \right] = 7345,73 \text{ грн.}$$

Отже, розрахунки свідчать про ідентичність табличного (табл. 1) та розрахованого рівнів валового регіонального продукту.

Вирішення задачі для кожного з вибраних чинників проводиться аналогічно за вищеведеною формулою одночинникового рівняння.

Якщо ж для прикладу, що розглядається, сформулювати обернену задачу, тобто знайти відповідь на запитання: “Як потрібно змінити рівні чинників для досягнення темпу зростання рівня валового

регіонального продукту на 1%?”, то для її вирішення слід використати метод статистичних рівнянь залежностей у такій послідовності. Спочатку визначимо коефіцієнт порівняння заданого значення ВРП:

$$d_{y_n} = \frac{y_n}{y_{\min}} - 1 = \frac{7345,7}{7273,0} - 1 = 0,01.$$

Нормативні рівні чинників обчислимо за формулами:

а) пряма залежність:

$$x_n = \left(\frac{d_{y_n}}{b_x} + 1 \right) x_{\min};$$

б) обернена залежність:

$$x_n = \left(1 - \frac{d_{y_n}}{b_x} \right) x_{\max}.$$

Порівнюючи проведені обчислення рівнів чинників та даних другого рядка табл. 1, доходимо висновку, що розходжень між табличними і розрахованими даними немає.

Для встановлення інтенсивності використання чинників, що формують досягнення середньої величини результативної ознаки, виконаємо такі розрахунки. Ураховуючи те, що середній рівень ВРП на одну особу населення за даними табл. 1 дорівнює 8218,5 грн, відхилення від одиниці коефіцієнта порівняння середнього рівня обсягу ВРП та початкового рівня у рівнянні залежності складає:

$$d_y = \frac{y}{y_{\min}} - 1 = \frac{8218,5}{7273,0} - 1 = 0,13.$$

Оптимальні рівні чинників, що формують середній рівень обсягу валового регіонального продукту, обчислюємо аналогічно. Отримані значення порівнюємо з їх середніми значеннями (табл. 1) і встановлюємо, що розходжень між ними немає, тобто всі чинники впливають на середній рівень ВРП з однаковою інтенсивністю.

Використовуючи формулу множинного комбінаційного рівняння для обчислення нормативного рівня ВРП за зміни всіх десяти чинників на певну величину, можна також визначити рівень результативної ознаки за різних темпів зростання. Якщо передбачити темп зміни на наступний період кожного з чинників, то можна встановити очікуване значення результативного показника на плановий період. Наприклад, обчислимо нормативний рівень ВРП за значеннями окремих чинників, які можуть мати місце для умовного регіону (обведені дужками у табл. 1). При проведенні розрахунків прийнято, що зміна кожного з чинників (приріст для $x_1 - x_9$ і скорочення для x_{10}) у плановому періоді від його мінімального значення варіює від 9% для чинника x_1 і до майже 30% для чинника x_{10} . За цими даними нормативний рівень ВРП буде дорівнювати:

$$\begin{aligned} Y_{H_{x=1,n}} &= Y_{\min} \left[1 + B \left(\sum d_{x_{1-10}} \right) \right] = \\ &= 7273,0 \times \left[1 + 0,1 \left\{ \left(\frac{192,6}{176,70} - 1 \right) + \left(\frac{1841,955}{1601,70} - 1 \right) + \right. \right. \\ &+ \left(\frac{37,629}{33,90} - 1 \right) + \left(\frac{154,1056}{127,36} - 1 \right) + \left(\frac{6826,6}{6206,00} - 1 \right) + \\ &+ \left(\frac{7854,04}{6829,60} - 1 \right) + \left(\frac{1666,08}{1424,00} - 1 \right) + \left(\frac{524,16}{448,00} - 1 \right) + \\ &\left. \left. + \left(\frac{836,473}{691,30} - 1 \right) + \left(1 - \frac{472,5381}{613,69} \right) \right\} \right] = 8429,4 \text{ грн.} \end{aligned}$$

Це означає, що за досягнення вказаних значень чинників регіон може очікувати на рівень ВРП на одну особу населення у розмірі 8429,4 грн (відповідно для модельованих вхідних даних).

Отже, в роботі побудовано функціональну теоретичну модель соціально-економічного розвитку регіонів, що передбачає визначення нормативних значень на основі врахування дії пропонованого набору чинників, а також оцінку потенціалу впливу чинників з метою формулювання оптимальних рекомендацій при підготовці управлінських рішень.

Значення побудови таких моделей економічних явищ полягає в тому, що за їх допомогою можна окреслити шляхи підвищення рівня обґрунтування завдань, планів та нормативів. Статистичні рівняння залежностей дозволяють також аргументовано визначити темпи зростання показників господарської діяльності на майбутній період, обчислюючи їх прогнозні рівні, оцінити ступінь впливу окремих чинників на результативну ознаку, а також проаналізувати інтенсивність використання чинників як для досягнення середньої величини результативного показника, так і загалом для формування розвитку економічного явища в динаміці. Побудова функціональних теоретичних моделей соціально-економічних явищ – прикладне підтвердження можливостей методу статистичних рівнянь залежностей. Обґрунтовано можливість використання як вихідних даних для розрахунків приросту (зниження) значень показників соціально-економічного розвитку на один відсоток відповідного середнього значення по країні (регіону, виду економічної діяльності тощо) за досліджуваний період. У подальших дослідженнях слід здійснити також порівняння фактичних даних, що характеризують соціально-економічний розвиток країни (регіону) в динаміці, з побудованою на їх основі статистичною функціональною моделлю для обґрунтування параметрів прогнозованої зміни досліджуваних макроекономічних показників.

Список використаних джерел

1. Головач А. В., Захожай В. Б., Головач Н. А. Статистичне забезпечення управління економікою: прикладна статистика: навч. посіб. К.: КНЕУ, 2005. 333 с.
2. Єріна А. М. Статистичне моделювання та прогнозування. К.: КНЕУ, 2001. 170 с.
3. Кулинич О. І., Кулинич Р. О. Теорія статистики: підруч. 4-ге вид., перероб. і доп. К.: Знання, 2009. 311 с.
4. Кулинич Р. О. Статистичні методи аналізу взаємозв'язку показників соціально-економічного розвитку: монографія. К.: Формат, 2008. 288 с.
5. Статистика ринків: підруч. для вищ. навч. закл. / ДАСОА Держкомстату України, за наук. ред. Н.О. Парфенцевої. Київ. ДП "Інформ.-аналіт. агентство", 2007. 863 с.
6. Офіційний сайт Державної служби статистики України. Регіональна статистика. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua/>
7. Кулинич Р. О. Програмне забезпечення статистичних методів // Персональний сайт Кулинича Р. О. URL: <http://www.kulynych.in.ua/software-statistical-methods>

References

1. Holovach, A. V. Zakhzhay, V. B., & Holovach, N. A. (2005). *Statystychne zabezpechennia upravlinnia ekonomikoju: prykladna statystyka [Statistical support of economic governance: applied statistics]*. Kyiv: KNEU [in Ukrainian].
2. Yerina, A. M. (2001). *Statystychne modeliuвання ta prohnozuvannia [Statistical simulation and forecasting]*. Kyiv: KNEU [in Ukrainian].
3. Kulynych, O. I., & Kulynych, R. O. (2015). *Teoriia statystyky [Theory of statistics]*. (7th ed.). Kyiv: Znannia [in Ukrainian].
4. Kulynych, R. O. (2008). *Statystychni metody analizu vzaiemozv'язku pokaznykiv sotsialno-ekonomichnoho rozvytku [Statistical methods for dependences analysis of indicators of socio-economic development]*. Kyiv, Format [in Ukrainian].
5. Parfentseva, N. O. (Eds.). (2007). *Statystyka rynkiv [Statistics of markets]*. Kyiv: DP Informatsiino-analitychne ahentstvo [in Ukrainian].
6. Ofitsiynyi sait Derzhavnoi sluzhby statystyky Ukrainy. Rehionalna statystyka [Official site of the State Statistics Service of Ukraine. Regional statistics]. www.ukrstat.gov.ua. Retrieved June 20, 2017 from <http://www.ukrstat.gov.ua/> [in Ukrainian].
7. Prohramne zabezpechennia statystychnykh metodiv. Personalnyi site Kulynycha R. O. [Software of statistical methods. Personal site of Kulynych R. O.]. www.kulynych.in.ua. Retrieved May 17, 2017 from <http://www.kulynych.in.ua/software-statistical-methods> [in Ukrainian].

Е. И. Кулинич,

доктор экономических наук, профессор,
профессор кафедры математики, статистики
и информационных технологий,
Хмельницкий университет управления и права

**Построение функциональных моделей экономических явлений
методом статистических уравнений зависимостей**

На основе метода статистических уравнений зависимостей выполнено построение функциональных теоретических моделей социально-экономического развития регионов с целью обоснования задач, планов и нормативов. Предложен перечень факторов, влияющих на формирование валового регионального продукта, и определена доля влияния каждого из них.

Ключевые слова: социально-экономическое развитие, статистическое моделирование, метод статистических уравнений зависимостей, статистическая функциональная модель, статистическая обратная задача.

O. I. Kulynych,

DSc in Economics, Professor,

Professor of Department for Mathematics, Statistics and Information Technology,

Khmelnytsky University of Management and Law

Constructing Functional Models of Economic Phenomena by the Method of Statistical Equations of Dependences

The functional theoretical model of the socio-economic development of regions is constructed by the method of statistical equations of dependences, for substantiating objectives, plans and standards. The nomenclature of factors with impact on the formation of gross regional product is proposed, the share of impact of each factor is determined.

In the new economic conditions, the concept of planning is determined from the perspective of outlining the ways to achieve its effectiveness. The process of planning needs to consist of formulating overall strategic intentions on determining specific and detailed actions aimed at generating income and spending over a certain period (a year or five years), outlining the ways and means for the achievement of goals. An important component in this process is control over the achievement of the goal by comparing reported and planned data, identifying and evaluating factors with either positive or negative impact on the economic performance. Solutions to the issues of planning and forecasting of phenomena and processes, structural change in the economy or stability of the economic system are a matter of vital importance for scientific communities, practical economists and power officials. This is a reason behind great attention drawn to constructing of economic development models, designed to analyze allocation of production resources and distribution of the national product for social purposes, which constitutes the main function of the state policy

Basically, economic and statistical modeling can be made by use of the following models:

- 1) model of economic systems;
- 2) model of production process;
- 3) model of demand and consumption of goods and services;
- 4) model of prices and income;
- 5) model of financial flows;
- 6) model of national economy;
- 7) model of socio-economic development.

When modeling the socio-economic development at country or regional level, constructing and evaluating social and economic policies at either level, statistical methods need to be used, expert methods and methods of neural-fuzzy modeling in particular.

Use of the method of statistical equations of dependences allows for supplementing the given nomenclature of forms for economic and statistical modeling by the following types of modeling:

- substantiating the objectives, plans or standards of the development of economic phenomena through constructing of functional theoretical models;
- predicting change in the factors when determining the level of socio-economic phenomena in a future period.

Understanding the essence of an economic model is greatly important for generating information about the socio-economic development.

Key words: *socio-economic development, statistical modeling, method of statistical equations of dependences, statistical functional model, statistical inverse problem.*

Бібліографічний опис для цитування:

Кулинич О. І. Побудова функціональних моделей економічних явищ методом статистичних рівнянь залежностей // Статистика України. 2017. № 3. С. 73–78.