УДК 519.863:623.618(477)

А. І. СБІТНЄВ,
доктор технічних наук, професор,
заслужений діяч науки і техніки України,
професор Національного університету оборони України
В. В. КОЗЛОВ,
кандидат технічних наук, доцент,
завідувач кафедри інформаційних систем і технологій,
Національна академія статистики, обліку та аудиту

Алгоритми розподілу взаємопов'язаних інформаційних ресурсів

Сформульовано задачу розподілу пов'язаних ресурсів, наведено основні елементи побудови алгоритму її вирішення й показано, що цей алгоритм, маючи лінійну складність, призводить до знаходження локального екстремуму.
Ключові слова: *алгоритм, пов'язані ресурси, розподіл ресурсів, локальний екстремум.*

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз задач розподілу ресурсів в сучасних інформаційних системах показує, що основні методи їх розв'язання належать до класу т. зв. "розподільних задач" лінійного програмування [1–7], які вирішують завдання розподілу "незалежних" ресурсів.

Постановка проблеми. Серед численних за змістом задач розподілу ресурсів вагоме місце займають випадки, коли ресурси не є взаємонезалежними [8–10], і їх розподіл за різними об'єктами вимагає додаткових витрат. Саме такі випадки розглядаються у поданій роботі.

Нехай задано множину ресурсів $x_i \in X$, де $i = 1,N$. На множині X задано функцію F, яка відображує множину на числову вісь, тобто кожному ресурсу x_i ставиться у відповідність число $F(x_i) = f_i$ – "вага" ресурсу. На Декартовому добутку $X \times X$ визначене відношення $Г \subseteq X \times X$, яке фіксує взаємозв'язок між ресурсами. На $Г$ вводиться функція W, що ставить у відповідність парі (x_i, x_j) певне число $W(x_i, x_j) = w_i$ – "ціну" зв'язку.

У загальному вигляді ставиться така задача: *Розподілити ресурси між К об'єктами O_j з приймальними спроможностями p_j, де $j = 1,K$, так, щоб сумарна вага ресурсів, які потрапили до будь-якого об'єкта, не перевищувала його приймальну спроможність, а сумарна ціна зв'язків між ресурсами, що потрапили до різних об'єктів, була мінімальною.*

Виклад основного матеріалу. Прикладом наведеної задачі може служити розподіл задач між машинними обчислювальними комплексами з обмеженнями на пам'ять обчислювальних машин за загальної умови мінімізації потоків даних, якими обмінюються задачі, між комплексами [3].

<u>Розглянемо випадок, коли $K = 2$, обмеження p_j відсутні, а всі $w_{ij} = 1$.</u>

Нехай множина X розбита на дві підмножини A і C.

$$A \cup C = X, \; A \cap C = \varnothing.$$

Введемо додаткові позначки та визначення.

Позначимо через $B_i(A)$ підмножину ресурсів з множини A $(B_i(A) \subseteq A)$, які мають зв'язки з ресурсом i, а через $B_i(C)$ підмножину ресурсів з множини C $(B_i(C) \subseteq C)$, які мають зв'язки з ресурсом i.

Ясно, що $B_i(A) \cap B_i(C) = \varnothing$, а $B_i(A) \cup B_i(C) = ПР_i Г$,

де $ПР_i Г$ – проекція відношення $Г$ на ресурс i, тобто множина ресурсів, що мають зв'язки з ресурсом i.

Визначення. Будемо називати станом процесу розподілу функцію

$$R_A(C) = \sum_{i \in A} |B_i(C)|.$$

Очевидно, що

$$R_A(C) = \sum_{i \in A} |B_i(C)| = \sum_{j \in C} |B_j(C)| = R_C(A).$$

Легко помітити, що $R_A(C) = R_C(A)$ точно дорівнює числу розсічених зв'язків за цієї розбивки множини X, тобто загальній ціні розподілу.

Має силу таке твердження.

Твердження 1. *Якщо процес розподілу знаходиться в стані $R^I_A(C) = n$, то у разі переносу вершини $r \in A$, для якої має місце рівність $|B_r(C)| - |B_r(A)| = k$, в множину C, процес переходить в стан $R^{II}_A(C) = n - k$.*

Доказ цього твердження опустимо. З твердження 1 витікає такий наслідок.

Наслідок. *Якщо для всіх ресурсів множини А має місце*

$$|B_i(C)| < |B_i(A)|, i \in A$$

і для всіх ресурсів множини С має місце

$$|B_j(A)| < |B_j(C)|, j \in C,$$

то переміщення одного ресурсу з однієї множини до другої призводить до збільшення ціни розподілу (тобто числа зв'язків між множинами А і С).

Твердження 1 дозволяє організувати покроковий процес розподілу ресурсів з перенесення одного ресурсу на кожному кроці для довільного початкового розподілу. Але досягнення глобального мінімуму по R при цьому не гарантується.

Наступне твердження є узагальненням попереднього і визначає достатні умови для переносу групи ресурсів, за яких процес може бути виведений із локального мінімуму.

Розіб'ємо кожну із множин A і C на дві підмножини, що не перетинаються:

$$A = A^I \cup A^{II}, A^I \cap A^{II} = \varnothing,$$
$$C = C^I \cup C^{II}, \ C^I \cap C^{II} = \varnothing.$$

При цьому

$$R_A(C) = R_A(C^I) + R_A(C^{II}) = \sum_{i \in A} |B_i(C^I)| + \sum_{i \in A} |B_i(C^{II})| =$$
$$= R_{A^I}(C^I) + R_{A^{II}}(C^I) + R_{A^I}(C^{II}) + R_{A^{II}}(C^{II}) =$$
$$= \sum_{i \in A^I} |B_i(C^I)| + \sum_{i \in A^{II}} |B_i(C^I)| + \sum_{i \in A^I} |B_i(C^{II})| + \sum_{i \in A^{II}} |B_i(C^{II})|.$$
$$R_{,,}(A) == R_{A^I}(C^I) + R_{A^{II}}(C^I) + R_{A^I}(C^{II}) + R_{A^{II}}(C^{II}) =$$
$$= \sum_{i \in A^I} |B_i(C^I)| + \sum_{i \in A^{II}} |B_i(C^I)| + \sum_{i \in A^I} |B_i(C^{II})| + \sum_{i \in A^{II}} |B_i(C^{II})|.$$

Твердження 2. *Якщо для розподілу* $X = A \cup C$ *зі станом* $R_A(C)$ *та* $A = A^I \cup A^{II}$, $A^I \cap A^{II} = \varnothing$, $C = C^I \cup C^{II}$, $C^I \cap C^{II} = \varnothing$ *має місце*

$$\sum_{i \in A^{II}} \left|B_i(C^I)\right| + \sum_{i \in A^I} \left|B_i(C^{II})\right| > \sum_{i \in C^{II}} \left|B_i(C^I)\right| + \sum_{i \in A^{II}} \left|B_i(A^I)\right|,$$

то розподіл $X = D \cup E$, *де* $D = A^I \cup C^{II}$, $E = A^{II} \cup C^I$ *має стан* $R_D(E) < R_A(C)$.

В зальному випадку при переміщенні k ресурсів знаходження локального мінімуму гарантується за $O(n^k)$ кроків.

Розглянемо випадок, коли $K = 2$, обмеження p_i відсутні, а $w_{ij} \neq 1$.

Позначимо через

$$\left|B_i^S\right| = \sum_{j \in B_i} w_{ij}$$

суму цін зв'язків інших ресурсів із ресурсом i, а через $\left|B_i^S(C)\right|$

суму цін зв'язків ресурсу i з ресурсами множини C. Якщо $X = A \cup C$, $A \cap C = \varnothing$, стан процесу розподілу $R_A(C)$ визначимо таким чином:

$$R_A(C) = R_C(A) = \sum_{i \in A} \left|B_i^S(C)\right| = \sum_{j \in C} \left|B_j^S(A)\right|. \qquad (1)$$

Очевидна слушність усіх результатів попереднього випадку при підстановці у всі формули замість B_i виразу

$$\left|B_i^S\right| = \sum_{j \in B_i} w_{ij}\ .$$

Випадок, коли $K = 2$, є обмеження p_i, $w_{ij} \neq 1$.

Задачу формулюємо таким чином. Для множини X знайти такий розподіл $X = A \cup C$, за якого $R_A(C)$, визначений згідно з (1), був би мінімальним, і

$$\sum_{i \in A} f_i \leq p_{1,} \quad \sum_{j \in C} f_j \leq p_{2.}$$

Евристичний алгоритм використовує твердження 1 або 2 для покращення початкового розподілу, спрямованого на виконання обмежень на приймальну спроможність $\mathbf{p_1}$ і $\mathbf{p_2}$.

Випадок, коли K довільне, є обмеження p_i, $w_{ij} \neq 1$.

Цей випадок потребує спеціального розгляду, практичним є алгоритм, який зводить задачу до попереднього випадку з використанням спочатку двох множин з обмеженнями p_1 і

$$P = \sum_{i=2}^{i=K} p_i\ ,$$

і подальшою дихотомією другої множини.

Висновки. Сформульовано задачу розподілу пов'язаних ресурсів (ЗРПР), наведено основні елементи побудови алгоритму її розв'язання й показано, що цей алгоритм, маючи лінійну складність, призводить до знаходження локального екстремуму.

Список використаних джерел

1. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики : учеб. пособие / Г. И. Марчук. – М. : Наука, 1989. – 808 с.
2. Березин И. С. Методы вичислений : учеб. пособие / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – М. : Наука, 1966. – Т. 1. – 632 с.

3. Гольштейн Е. Г. Задачи линейного программирования транспортного типа / Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин. – М. : Наука, 1969. – 392 с.
4. Зуховицкий С. И. Линейное и выпуклое программирование: справочное руководство / С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева. – М. : Наука, 1964. – 318 с.
5. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование / Дж. Хедли. – М. : Мир, 1967. – 506 с.
6. Солодов А. В. Теория информации и ее применение к задачам автоматического управления и контроля / А. В. Солодов. – М. : Наука, 1967. – 432 с.
7. Стар М. Управление производством / М. Стар. – М. : Прогресс, 1968. – 398 с.
8. Козлов В. В. Щодо використання зв'язаних ресурсів при проектуванні організаційних структур / В. В. Козлов // Бухгалтерський облік, аналіз та аудит: проблеми теорії, методології, організації: зб. наук. праць. – К. : НАСОА, 2011. – Вип. 1(6). – С. 116–123.
9. Сбітнєв А. І. Систематизація та загальний аналіз сучасного стану прикладних задач розподілу зв'язаних ресурсів і методів їх розв'язку / А. І. Сбітнєв, В. В. Козлов // Прикладна статистика: проблеми теорії та практики: зб. наук. праць. – К. : НАСОА, 2011. – Вип. 9. – С. 96–103.
10. Сбитнев А. И. Структурная организация и проектирование математического обеспечения АСУ ТП : дисс...д-ра техн. наук / А. И. Сбитнев. – К., 1989. – 447 с.

А. И. СБИТНЕВ,
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки и техники Украины,
профессор Национального университета обороны Украины
В. В. КОЗЛОВ,
кандидат технических наук, доцент,
заведующий кафедрой информационных систем и технологий,
Национальная академия статистик, учета и аудита

Алгоритмы распределения взаимосвязанных информационных ресурсов

Сформулирована задача распределения связанных ресурсов, приведены основные элементы построения алгоритма ее решения и показано, что этот алгоритм, имея линейную сложность, приводит к нахождению локального экстремума.

Ключевые слова: *алгоритм, связанные ресурсы, распределение ресурсов, локальный экстремум.*

A. I. SBITNEV,
Dr. Sc. (Engineering), Prof.,
Honored Worker of Science and Technology of Ukraine,
Professor of National Defense University of Ukraine
V.V. KOZLOV,
PhD (Engineering), Associate Professor,
Head of Information Systems and Technologies Department,
National Academy of Statistics, Accounting and Audit

Connected Resources Distribution Algorithms

Analysis of problems of resources distribution and their solutions by use of advanced information systems shows that the main methods for their solution belong to the so called class of distribution problems of linear programming. However, there can be cases when the resources are not connected, and their distribution requires additional costs. Such cases are dealt with in the article.

Basically, the problem can be put as follows: to distribute the resources among K objects Oj with absorption capacities pj, $j = 1,K$, so that the aggregated weight of recourses coming to an object should not exceed its absorption capacities, whereas the aggregated cost for communication between resources distributed to various objects should be minimal.

As a result of the study, the connected resources distribution problem is formalized and main algorithm elements are constructed. The algorithm has linear complexity and allows to reach local extremum.

Keywords: *algorithm, connected resources, distribution of resources, local extremum.*